

# Facharbeiten im Mathematikunterricht

In Nordrhein-Westfalen sind für alle Schüler/innen der Qualifikationsphase I Facharbeiten vorgeschrieben, die eine Leistungskurs- oder Grundkurs-Klausur ersetzen.

## Offene Facharbeitsthemen

Fragestellungen zur Stochastik sind leicht zu stellen, da sie - bei genügender Zeitvorgabe - einfach lauten können: "Schlagen Sie die Zeitung auf, wählen Sie einen Artikel mit statistischem Hintergrund, recherchieren Sie evtl. genauere Daten, rechnen Sie nach, probieren Sie ggfs. andere Ansätze und beurteilen Sie die Problembearbeitung und Berichterstattung." Im Detail ist dann noch genauer zu klären, was auf welchem Niveau zu bearbeiten ist.

Fragestellungen zur Analysis begegnen einem dagegen nicht so leicht im veröffentlichten Leben. Lediglich die immer wieder aktuelle Steuerdebatte steht häufig in der Zeitung mit dem Graphen der Grenzsteuerfunktion, also dem Graph einer ersten Ableitung.

## Facharbeiten mit Analysis-Inhalten

Wenn die Facharbeitsthemen gewählt werden, kennen die Schüler/innen als Oberstufenmathematik fast nur die Analysis. An die können Facharbeitsthemen gut anschließen: Rotationskörpervolumen und andere Integralanwendungen, Funktionsbestimmungsfortführung, komplexe Extremwertaufgaben und Funktionen mit Parametern, Überlegungen aus der Zahlentheorie (im Umfeld der Integrierbarkeit). Siehe die Liste unten.

## Änderung des Analysis-Unterrichtes

Allen Themen gemeinsam sind zentrale Aufgaben des Analysisunterrichts, der eben nicht mehr beginnt und endet mit: "Eine Funktion  $f$  sei gegeben durch die Funktionsgleichung...". Vielmehr geht es um: Recherchieren von Daten aus Problemzusammenhängen, Mathematisierung bis zu einem Funktionsterm, Berechnungen auf Grund des gewonnenen Terms, Überprüfung der Ergebnisse, evtl. Vervollständigung der Daten-Recherche, Verbesserung des Ansatzes oder Wahl eines anderen Ansatzes, wiederum Vergleich der Ansätze untereinander und mit realen Daten. Aufgabenstellungen, die gut als Facharbeit passen, sind naheliegend solche, die Anwendungen und Modellbildung zum Thema haben. Solche habe ich unten vorgeschlagen. Sollen Schüler/innen sie erfolgreich bearbeiten können, muss der Analysisunterricht die beiden Schwerpunkte ins Zentrum des Unterrichts rücken, die die Bedeutung der Analysis ausmachen, eben Modellbildung und Anwendungen.

## A) Integralrechnung

- 1) Rotationskörper Glocken (Mathematisierung der Randfunktionen, Volumen- und Gewichtsrechnung; Vergleich mit realen Werten, Guldinsche Regel). Der Auftrag: "Gehen Sie zum nächsten Pfarrer, vermessen Sie die Glocke innen und außen, mathematisieren und vergleichen Sie bekannte Daten."
- 2) Rotationskörper Ei: Mathematisierung als Halbkreis und Halb-Ellipse, als Kreislinie durch  $(0/0)$ , die mit einer linearen Funktion multipliziert wird... Vergleiche.
- 3) Rotationskörper Bierglas: Eichstrichprüfung
- 4) Rotationskörper Fass (Kepler-Fass-Regel: Herleitung/Vergleich, Ellipse-, Parabel-, Polynom- Ansatz; Rotationsvolumen-Berechnungen, Vergleich mit Gärbehälter - s.u. B3)

- 5) Flächenschwerpunkt (Herleitung der Berechnungsformel, Verfahren für das Skulptur-Projekt "Stadtmittelpunkt" in Münster 1997; handwerkliche Bestimmung für die eigene Stadt, Vergleich der Einzelmitten und der Gesamtmitte; veröffentlichte Daten der Stadt)
- 6) Trassierung von Autobahnkreuzen (mit CAS-Nutzung)
- 7) Flächen- und Graphenlängenbestimmung: Autobahnkreuze (Fortsetzung von A6 zu gegebenen Funktionstermen: Herleitung der Kurvenlängenbestimmung; Bestimmung der Längen und Vergleich)

## **B) Extremwertprobleme**

- 1) Extremwertproblem: Verkehrsfluss und Geschwindigkeit (Bei welcher Geschwindigkeit ist die Zahl der vorbeifahrenden Autos bei Kolonnenfahrt maximal - unter Beachtung von verschiedenen Abstandsregeln? Dazu auch konkrete Planungen auf Autobahnen wie A2, A43, A40.)
- 2) Extremwertproblem: Wärmedämmung (Bei welcher Wärmedämmdicke sind Investitions- und Heizkosten z.B. für 20 Jahre minimal; oder die Amortisationszeit?)
- 3) Extremwertproblem: Biogas-Gärbehälter (Bei welchen Behälterformen sind die Außenflächen minimal? - Verschiedene Ansätze. Kontakt zu Kläranlagen bzw. Herstellern)
- 4) Extremwertproblem: Filtertüte (Wie sollte ein kreisförmiges Papier gefaltet werden, so dass es möglichst viel Filtergut aufnehmen kann? Kontakt zu Chemie-Lehrerinnen und zu Melitta o.a. Filterherstellern)
- 5) Extremwertproblem: oberflächenminimierende Bauweise (z.B. LBS-Öko-Haus)

## **C) Funktionsbestimmung**

- 1) Trassierung (Mathematisierung eines Autobahnkreuzes mit Flächenberechnung, s. A6, 7)
- 2) Blattfeder-Biegekurven (Berechnung der Funktionsvorschrift zu vorgegebenen Eigenschaften, Skizze; Einspannen einer Blattfeder nach den Vorgaben; Vergleich der Ergebnisse)

## **Weitere Materialien, weitere Themen**

Es eignen sich im obigen Sinne noch Themen im Umfeld der Analysis wie:

- Konzentrierende Kollektorsysteme - die "Schüssel" auf dem Dach
- Extremwertproblem Verpackungsoptimierungen
- gebrochen-rationale Funktionen bei
  - der Konkurrenzgeschwindigkeit der Bahn gegenüber dem Auto,
  - Optik, Astronautik und Elektrizitätslehre
- die Steuern
- die Erschöpfungszeit nicht-regenerativer Rohstoffquellen
- die Lärmessung und Lärmwahrnehmung.

Anregungen zu diesen und weiteren Facharbeitsthemen können Sie erhalten über den MUED e. V., Windthorststr. 7, 48143 Münster, Tel: 0251-97957799, Fax: 0251-97957797, E-Mail: [mued@mued.de](mailto:mued@mued.de)

Heinz Böer